série n°8 4ème.sc

EXERCICE N°1

On donne dans l'espace ξ rapporté à un repère orthonormé directe $(o,\vec{i}\ ,\vec{j}\ ,\vec{k})$
les points $A(1,1,1)$; $B(-1,2,-1)$; $C(2,3,5)$ et $D(1,0,-1)$

1/ Calculer $(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}).\overrightarrow{AD}$

2/ En déduire que les points A,B,C et D ne sont pas coplanaires

3/ calculer le volume du parallélépipède déterminé par les vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$

EXERCICE N°2

Soit la droite $D:\begin{cases} x = 3\alpha - 2 \\ y = \quad 1 \qquad \alpha\in\mathbb{R} \\ z = -4\alpha \end{cases}$ et $A(2,1,6)$

1/ Donner un point et un vecteur directeur de D

2/ Calculer $d(A,D)$

EXERCICE N°3

Soit A et B deux points de l'espace ξ et $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non colinéaires de V

1/ Déterminer l'ensemble des points M de ξ tels que $\overrightarrow{AM}\wedge\overrightarrow{AB}=\vec{0}$

2/ Déterminer l'ensemble des points M de ξ tels que $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB}=0$

3/ Déterminer l'ensemble des points M de ξ tels que $(\vec{u}\wedge\vec{V})\wedge\overrightarrow{AM}=\vec{0}$

EXERCICE N°4

L'espace ξ est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i}\ ,\vec{j}\ ,\vec{k}\ )$
On donne les points $A(2,-1,1);B(0,-1,-1)$ et $C(-2,0,-1)$

1/a) Montrer que les points A,B et C définissent un plan P

b) Vérifier que le plan P à pour équation : $x+2y-z+1=0$

2/a) Donner une représentation paramétrique de la droite D passant par A et perpendiculaire à P

b) Calculer la distance δ du point B à la droite D

3/ Déterminer une équation cartésienne du plan Q passant par C et de vecteur normale $\vec{n}=-\vec{i}+\vec{k}$

4/ Déterminer une représentation paramétrique de la droite $D'=P\cap Q$

5/ Montrer que D et D' ne sont pas coplanaires

6/ Donner l'aire du triangle ABC

EXERCICE N°5

Le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$

1/a) Mettre sous forme algébrique $(3-i)^2$

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E): z^2+(1+i)z-2(1-i)=0$

2/ Soit θ un réel de $[0,\pi]$. On considère l'équation : $(E_\theta): z^2+(1+e^{i\theta})z-2(1-e^{i\theta})=0$

a) Vérifier que (-2) est une racine de (E_θ).

b) Déterminer l'autre solution de (E_θ).

3/ Soit A et M les points d'affixes respectives -2 et $1-e^{i\theta}$; $\theta\in[0,\pi]$

a) Calculer AM en fonction de θ

b) Déterminer la valeur de θ de $[0,\pi]$ pour laquelle AM est maximale

Exercice N°6

Le plan est muni d'un R.O.N.dircte $(o,\vec{u},\vec{v})$.

1/a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^2-\sqrt{2}z+1=0$

b) Donner la forme exponentielle des solutions de (E)

c) En déduire les solutions de l'équation $(E'): Z^4-\sqrt{2}Z^2+1=0$

d) Soit A , B , C et D les points d'affixes les solutions de (E')
Montrer que A, B , C et D sont les sommets d'un rectangle

2/ Soit $\theta\in\left]0;\dfrac{\pi}{2}\right[$

a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E_\theta): z^2-2(\sin\theta)\,z+1=0$

b) Donner la forme exponentielle des solutions de (E_θ)

3/ On donne les points $M_1(\sin\theta-i\cos\theta)$ et $M_2(\sin\theta+i\cos\theta)$

a) Montrer que OM_1M_2 est un triangle isocèle

b) En déduire la valeur de θ pour la quelle OM_1M_2 est un triangle équilatéral

Exercice N°7

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\begin{cases} x^3+2x^2+x+2 & \text{si } x\le 0 \\ 1+\sqrt{x^2+1} & \text{si } x>0 \end{cases}$

1/ Etudier la dérivabilité de f à droite et à gauche en 0. f est elle dérivable en 0 ?

2/a) Calculer la fonction dérivée de f sur chaque intervalle

b) Dresser le tableau de variation de f

3/a) Montrer que la droite $\Delta: y=x+1$ est une asymptote à la courbe de f au voisinage de $(+\infty)$

b) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}$; Interpréter graphiquement le résultat

4/ Pour $x\in\left]-\infty,0\right]$ Montrer que la courbe de f admet un point d'inflexion A dont on précisera les coordonnées